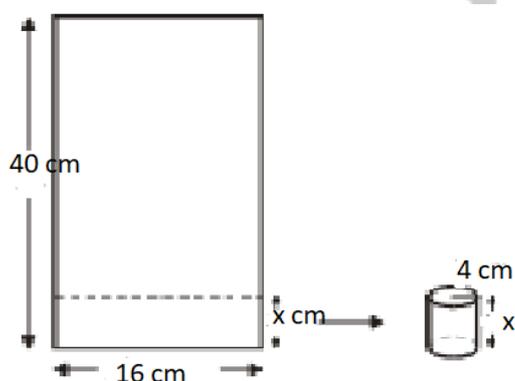


TEMA 10 – Funciones

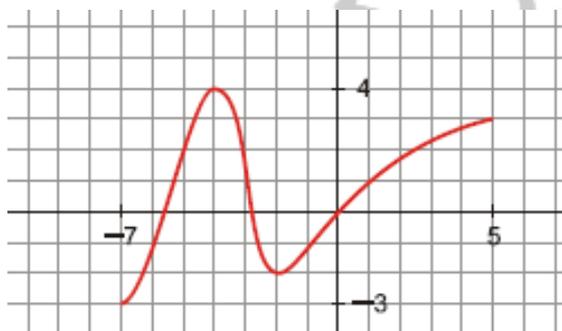
Hoja de problemas

1. Tenemos una hoja de papel de base 16 cm y altura 40 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 4 cm y altura x cm. a) ¿Cuál será la expresión algebraica del volumen del cilindro?, b) ¿Cuál será el dominio de la función?, c) ¿cuál será el recorrido de la función?



Solución: a) $V = 50,27 \cdot x \text{ cm}^3$; b) $\text{Dom } V(x) = (0, 40)$; c) $\text{Im } V(x) = (0, 2011)$.

2. Estudia las propiedades de la siguiente función:



Solución: $\text{Dom } f(x) = [-7, 5]$, $\text{Im } f(x) = [-3, 4]$;

Puntos de corte: con el eje x : $(-5,5; 0)$, $(-2,8; 0)$, $(0,0)$, con el eje y : $(0,0)$;

Simetría: No es simétrica;

Continuidad: Continua en $[-7, 5]$

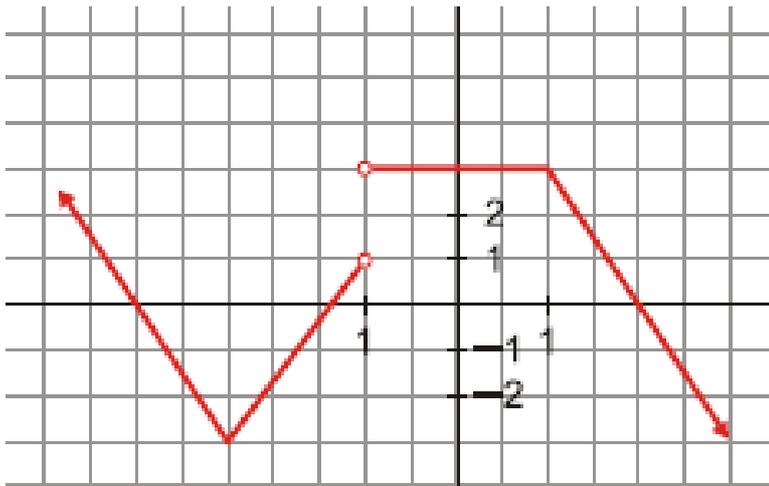
Periodicidad: No tiene

Monotonía: Creciente $[-7, -4) \cup (-2, 5]$; Decreciente $(-4, -2)$

Extremos relativos: Máximo relativo $(-4, 4)$ y Mínimo relativo $(-2, -2)$

Extremos absolutos: Máximo absoluto $(-4, 4)$ y Mínimo absoluto $(-7, -3)$

3. Estudia las propiedades de la siguiente función:



Solución: $\text{Dom } f = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty) = \mathbb{R} - \{-1\}$; $\text{Im } f = \mathbb{R}$

Puntos de corte: con el eje x: $(-3.5, 0)$, $(-1.3, 0)$, $(2, 0)$; con el eje y: $(0, 3)$

Simetría: No es simétrica

Continuidad: Continua en $\mathbb{R} - \{-1\}$. En $x = -1$ es discontinua.

Periodicidad: No es periódica.

Monotonía: Creciente $(-2.5, -1)$; Decreciente $(-\infty, -2.5) \cup (1, +\infty)$; Constante $(-1, 1)$.

Extremos relativos: Máximo relativo: No tiene y Mínimo relativo $(-2.5, -3)$

Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto: No tiene.

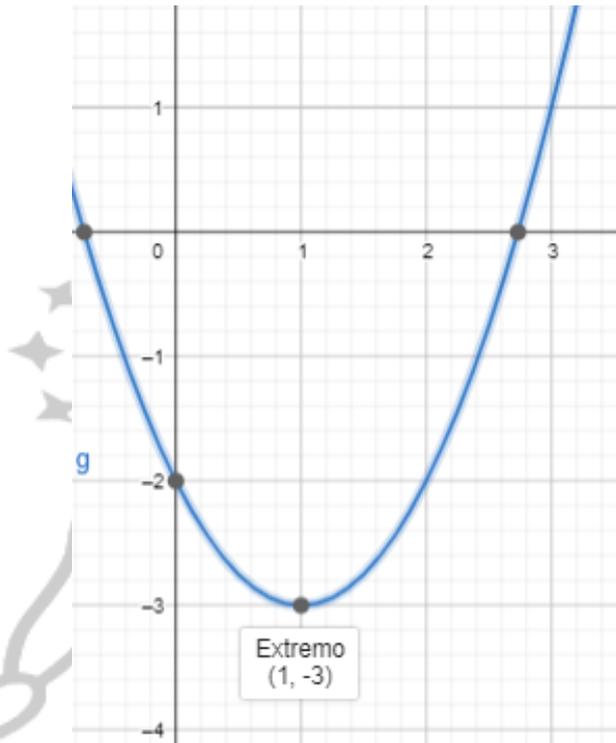
4. Calcula la expresión algebraica de una expresión polinómica de segundo grado cuyos puntos de corte con los ejes de coordenadas son: $A = (-1, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, -6)$.

Solución: $f(x) = 3x^2 - 3x - 6$

5. Inventa y representa una función con las siguientes características:

Tiene un mínimo en $(1, -3)$, es decreciente en el intervalo $(-\infty, 1)$ y creciente en el intervalo $(1, \infty)$.

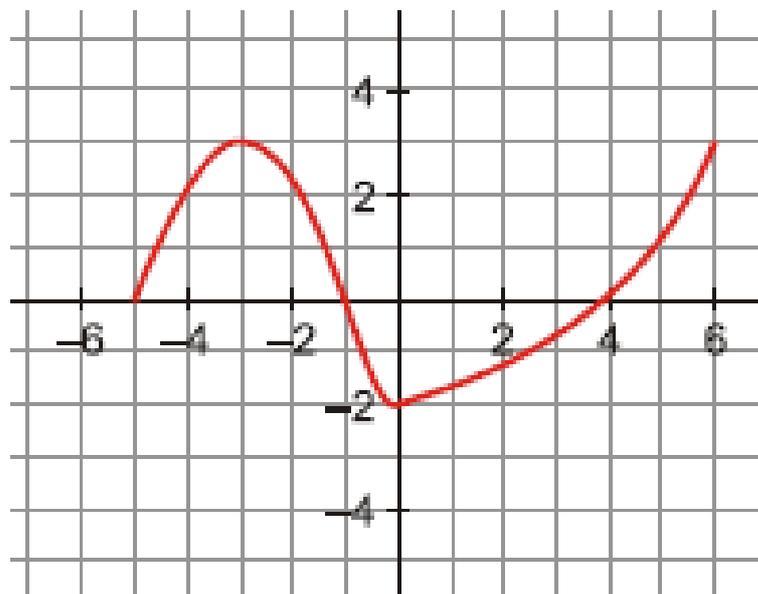
Solución: Pregunta abierta.



6. Representa gráficamente una función $f(x)$ que cumpla las siguientes condiciones:

- a) Dom $f(x) = [-5, 6]$
- b) Crece en los intervalos $(-5, -3)$ y $(0, 6]$; decrece en el intervalo $(-3, 0)$.
- c) Es continua en su dominio.
- d) Corta al eje X en los puntos $(-5, 0)$, $(-1, 0)$ y $(4, 0)$.
- e) Tiene un mínimo en $(0, -2)$ y máximo en $(-3, 3)$.

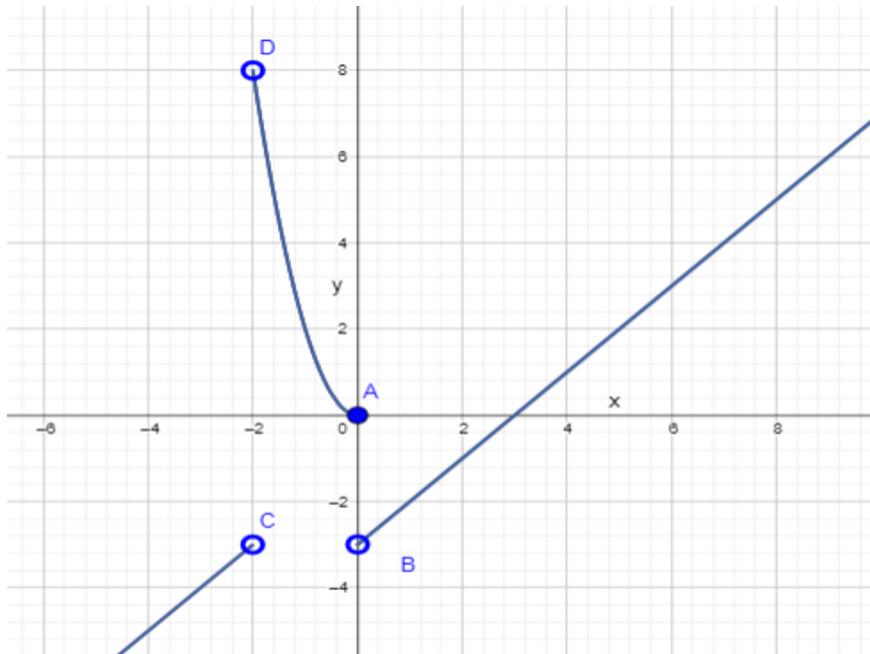
Solución:



7. Representa la siguiente función a trozos:

$$y = \begin{cases} x - 1 & x < -2 \\ 2x^2 & -2 < x \leq 0 \\ x - 3 & x > 0 \end{cases}$$

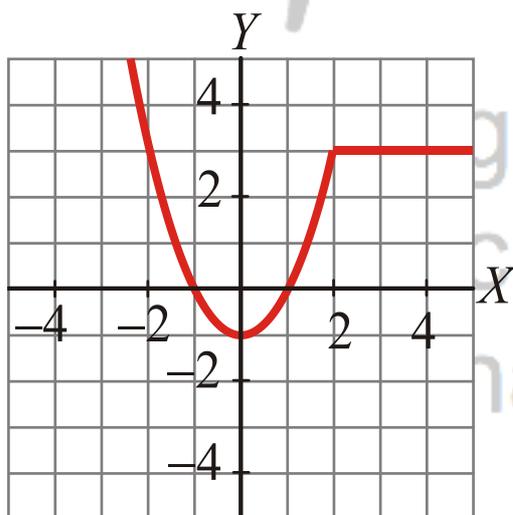
Solución:



8. Representa la siguiente función a trozos:

$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución:



9. Un centro comercial con aforo para 500 personas establece el tiempo, en minutos, que debe estar ventilándose el recinto de forma natural cada hora en función del número de clientes:

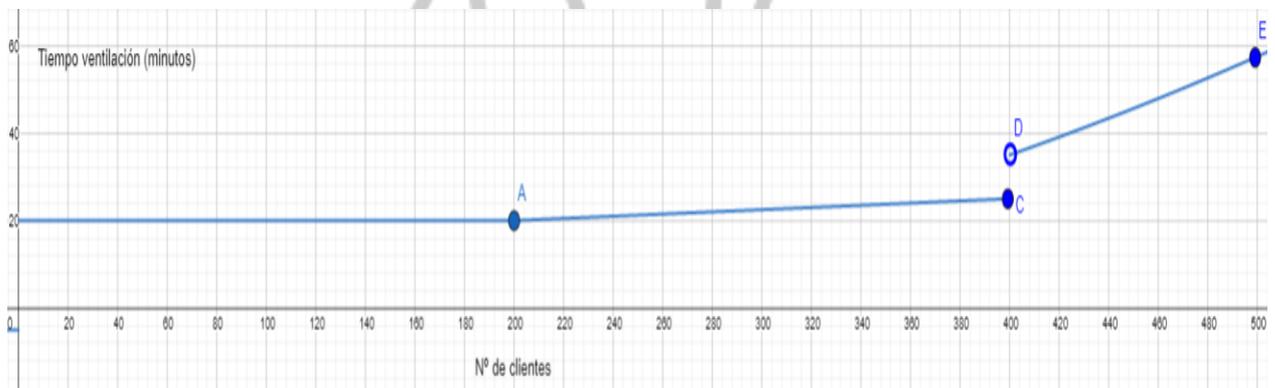
$$\begin{cases} 20 & \text{si } x \in [0, 200] \\ \frac{x}{40} + 15 & \text{si } x \in (200, 400] \\ \frac{x^2}{4000} - 5 & \text{si } x \in (400, 500] \end{cases}$$

- a) ¿Cuál es el tiempo de ventilación si se espera que asistan 100 personas? ¿Y si son 120?, ¿Y si son 200?
- b) ¿Cuántas personas debe haber dentro del centro comercial para que el tiempo de ventilación no supere los 22 minutos?
- c) Representa la función.
- d) ¿Cuál es el tiempo mínimo y máximo de ventilación por hora?

Solución: a) 20 minutos, 20 minutos, 20 minutos; b) 280 personas; d)

Tiempo de ventilación:

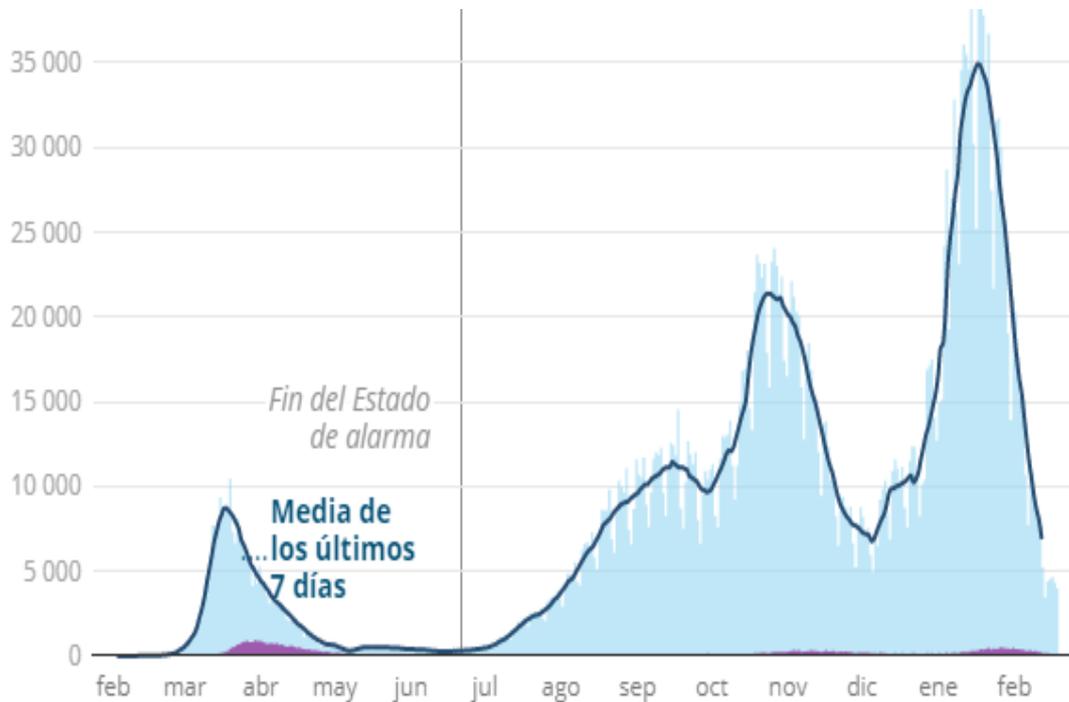
20 minutos (mínimo y máximo) si $x \in [0, 200]$
Mínimo: 20 minutos y 1,5 segundos. Máximo: 25 minutos si $x \in (200, 400]$
Mínimo: 35 minutos y 12 segundos. Máximo: 57 minutos y medio si $x \in (400, 500]$



10. Observa la siguiente gráfica que muestra la evolución de la pandemia por COVID-19 en España por número de contagios nuevos:

- a) ¿En qué fecha se inicia la gráfica?
- b) En las noticias, se empezó a hablar de “olas”. Desde febrero 2020 hasta febrero, 2021, se contabilizaron tres olas, ¿se aprecian en la gráfica?
- c) En la gráfica se observa alguna zona “constante”, ¿a qué crees que es debido?
- d) ¿Qué indica el eje x?
- e) ¿Qué indica el eje y?

- f) ¿En qué fecha se encuentra el máximo número de contagios? ¿cuál es el número aproximado? ¿a qué crees que se debe que haya más contagios en la segunda y tercera ola que en la primera?



Esta tabla se actualiza cada día con el informe diario del ministerio y se revisan semanalmente los cambios en el histórico.

Hay 366 casos de los cuales no se dispone fecha de defunción

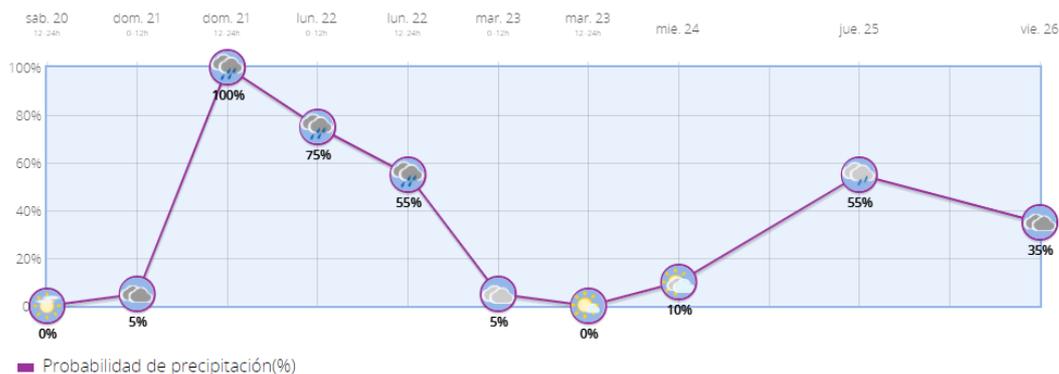
Fuente: [Ministerio de Sanidad](#).

LA VANGUARDIA

Solución: a) En febrero; b) Sí; c) al período de confinamiento que hubo en España; d) los meses; e) números de contagios; f) a mediados de enero; 35000, una de las razones es que se hicieron más test para detectar el virus.

11. La siguiente gráfica muestra la probabilidad de lluvia/precipitación (fuente: AEMET):

Probabilidad de precipitación



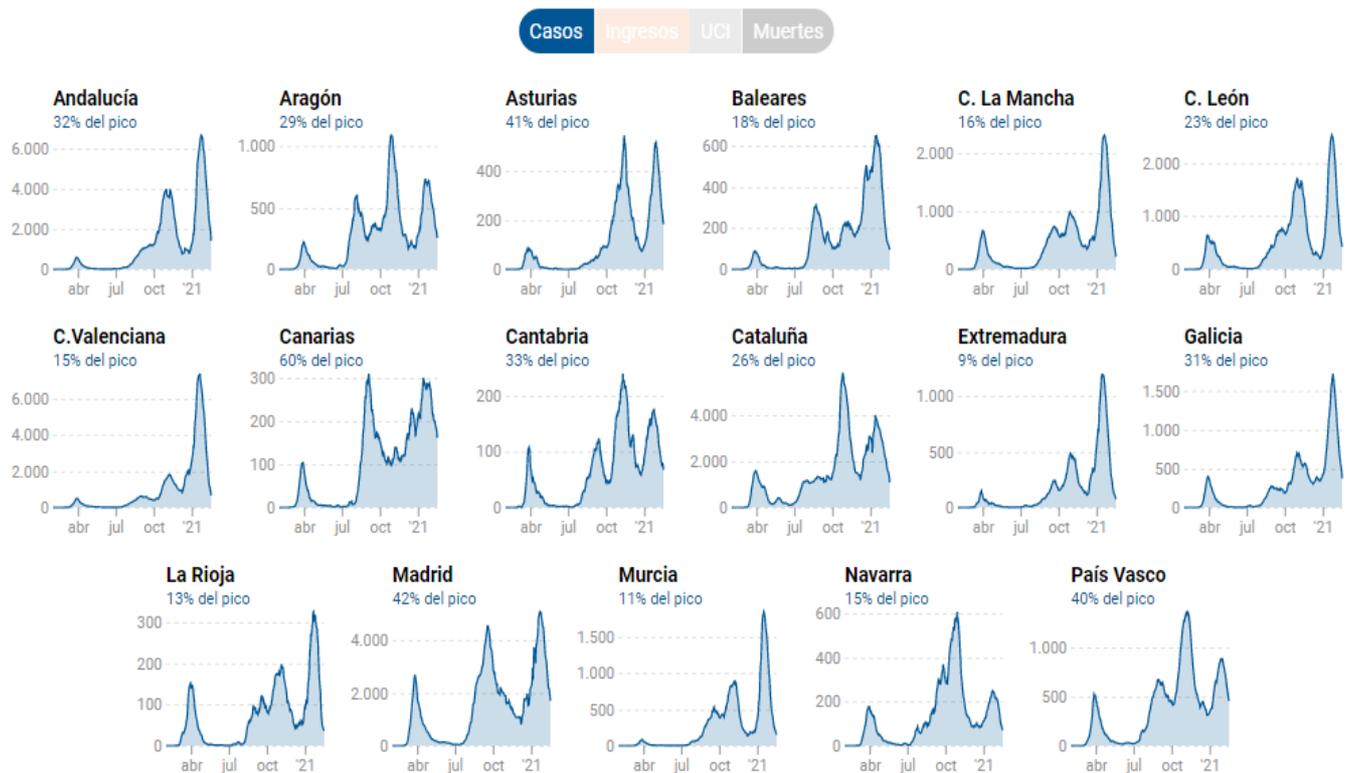
a) ¿Qué día (o días) no recomendarías la práctica de deporte al aire libre?

b) ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Y el recorrido?

Solución: a) Los que sean mayor del 50%, domingo, lunes y jueves; b)

Dominio de la función: del sábado 20 de febrero a las 12 de la mañana, hasta el viernes 26 de febrero a las 12 de la noche de 2021, Recorrido: de 0 a 100%.

12. Observando la siguiente gráfica, ¿en qué comunidades se aprecia una incidencia más baja?



Fuente: Ministerio de Sanidad

Solución: Cantabria es la comunidad con la cifra más baja.

Colegio
M^a Inmaculada
Turina