

TEMA 3 – Logaritmos

Hoja de ejercicios

1. Calcula los siguientes logaritmos, utilizando la definición y las propiedades:

a) $\log_2 64 =$

b) $\log_4 64 =$

c) $\log 1000 =$

d) $\log_5 125 =$

e) $\log 0,01 =$

f) $\log_{16} 2 =$

g) $\log_5 \frac{1}{125} =$

h) $\log_4 0,0625 =$

i) $\log_{\frac{1}{7}} 49 =$

j) $\log_2(-4) =$

k) $\log_3 \sqrt[4]{27} =$

l) $\ln e =$

m) $\ln e^2 =$

n) $\log 0 =$

o) $\log_3 0, \hat{3} =$

p) $\log_6 0,1\hat{6} =$

Solución: a) 6; b) 3; c) 3; d) 3; e) -2; f) 1/4; g) -3; h) -2; i) -2; j) no existe; k) 3/4; l) 1; m) 2; n) no existe; o) -1; p) -1.

2. Calcula los logaritmos decimales de los siguientes números (sin usar la calculadora):

a) 1000

b) 1000000

c) 10^5

d) 0,00001

e) 10^{-3}

f) $\frac{1}{100}$

Solución: a) 3; b) 6; c) 5; d) -5; e) -3; f) -2.

3. Determina cuáles de las siguientes igualdades son ciertas y corrige las que no lo sean:

a) $\log(a + b) = \log a \cdot \log b$

b) $\log 0 = 1$

c) $\log(a - b) = \log a - \log b$

d) $\log a^b = \log a \cdot \log b$

e) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Solución: a) Falsa, es $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$; b) Falsa, es $\log 1 = 0$; c)

Falsa, es $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$; d) Falsa, es $\log a^b = b \cdot \log a$; e) Cierta

4. Calcula, utilizando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log_3 7 + \log_3 162 - \log_3 14 =$

b) $\log_2 1 + \log_3 9 + \log_6 6 - 3 \log 10 + \ln e =$

c) $\log_{12} 2 + 2 \log_{12} 3 + \log_{12} 8 =$

d) $3 - \log_2 \frac{1}{2} + \log_3 243 + \log 10 =$

e) $\log_2 \frac{4}{\sqrt[3]{2}} =$

f) $\log \sqrt{20} + \log \sqrt{50} =$

Solución: a) $\log_3 \frac{7 \cdot 162}{14} = \log_3 81 = 4$; b) $0 + 2 + 1 - 3 \cdot 1 + 1 = 1$;

c) $\log_{12}(2 \cdot 3^2 \cdot 8) = \log_{12} 144 = 2$; d) $3 - (-1) + 5 + 1 = 10$; e) $\log_2 4 - \log_2 2^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{3}$; f) $\log \sqrt{1000} = \frac{3}{2}$.

5. Expresa, en función de $\log 2$ y $\log 3$ los siguientes logaritmos:

a) $\log 25 =$

b) $\log 24 =$

c) $\log \frac{4}{3} =$

d) $\log \frac{9}{4} =$

e) $\log \sqrt[3]{6} =$

f) $\log 30 =$

Solución: a) $2 - 2 \log 2$; b) $3 \log 2 + \log 3$; c) $2 \log 2 - \log 3$; d) $2 \log 3 - 2 \log 2$; e)

$\frac{\log 2 + \log 3}{3}$; f) $\log 3 + 1$.

6. Calcula $\log 30$ y $\log 0,3$, sabiendo que $\log 3 = 0,4771$.

Solución: $\log 30 = \log(3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,4771 + 1 = 1,4771$; $\log 0,3 = \log(3 \cdot 10^{-1}) = \log 3 + \log 10^{-1} = \log 3 - 1 = 0,4771 - 1 = -0,5229$.

7. Sabiendo que $\log_a 4 = 0,3450$, calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_a 16 =$

b) $\log_a \frac{1}{4} =$

Solución: a) $2 \cdot \log_a 4 = 0,6900$; b) $\log_a 1 - \log_a 4 = 0 - 0,3450 = -0,3450$.

8. Si $\log e = 0,4343$, calcula, mediante un cambio de base, el valor de $\ln 10$.

Solución: $\ln 10 = \frac{\log 10}{\log e} = \frac{1}{0,4343} = 2,3026$

9. Halla el valor de x :

a) $\log_3 729 = x$

b) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$

c) $\log_x 49 = 2$

d) $\log_x 0,25 = -2$

e) $\log_x 125 = -3$

f) $\log_3 x = 4$

g) $\log_{36} x = \frac{1}{2}$

h) $\log_3 243 = x$

i) $\log_4 0,5 = x$

j) $\log x = -1$

k) $2 \log x + \log 3 = \log 27$

l) $\log_3 x - \log_3 4 = 2$

m) $\log(-10) = x$

n) $\log x = 2$

o) $\ln x = 3$

Solución: a) $x = 6$; b) $x = -3$; c) $x = 7$; d) $x = 2$; e) $x = 5$; f) $x = 81$; g) $x = 6$; h) $x = 5$; i) $x = -1/2$; j) $x = 0,1$; k) $x = 3$; l) $x = 36$; m) no tiene solución; n) $x = 100$; o) $x = e^3 = 20,09$.

10. Curiosidad matemática: Comprueba la veracidad de la siguiente fórmula, debida al físico británico Paul Dirac (1902-1984), que permite escribir cualquier número N empleando solamente tres doses:

$$N = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{(N \text{ raices})} \sqrt{\sqrt{2}}}$$

Solución: $-\log_2 \log_2 {}^{2^N}\sqrt{2} = -\log_2 \log_2 2^{\frac{1}{2^N}} = -\log_2 \frac{1}{2^N} = -\log_2 2^{-N} = -(-N) = N$



Colegio
M^a Inmaculada
Turina