

Tema 11 – Funciones polinómicas y racionales

Hoja de ejercicios

1. Indica cuáles de las siguientes funciones son polinómicas:

a) $f(x) = 3x - 1$

c) $f(x) = -\sqrt{3}$

e) $f(x) = e^{x+1}$

b) $f(x) = \frac{1}{x}$

d) $f(x) = x^{10} - x^5 + \frac{5}{\sqrt{7}}$

f) $f(x) = \sqrt{x} + 1$

Solución: a), c), d).

2. Clasifica las siguientes funciones lineales en afines, de proporcionalidad directa o constantes:

a) $f(x) = -2x + 7$

c) $f(x) = -5x$

e) $f(x) = \frac{3x+4}{2}$

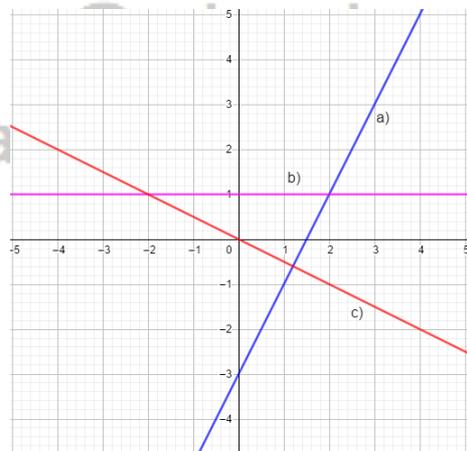
b) $f(x) = -\frac{3}{4}$

d) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{7}}$

f) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5}}$

Solución: a) Afín; b) Constante; c) Proporcionalidad directa; d) Constante; e) Afín; f) Proporcionalidad directa.

3. ¿Cuál de las siguientes funciones lineales es afín, cuál de proporcionalidad directa y cuál constante? Además, halla la expresión algebraica de cada una de ellas.



Solución: a) Afín: $f(x) = 2x - 3$; b) Constante: $f(x) = 1$; c) Lineal: $f(x) = \frac{x}{2}$.

4. Representa las siguientes funciones constantes en un mismo eje cartesiano:

a) $f(x) = 5$

b) $f(x) = -3$

c) $f(x) = \frac{5}{4}$

Solución:



5. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad en un mismo eje cartesiano:

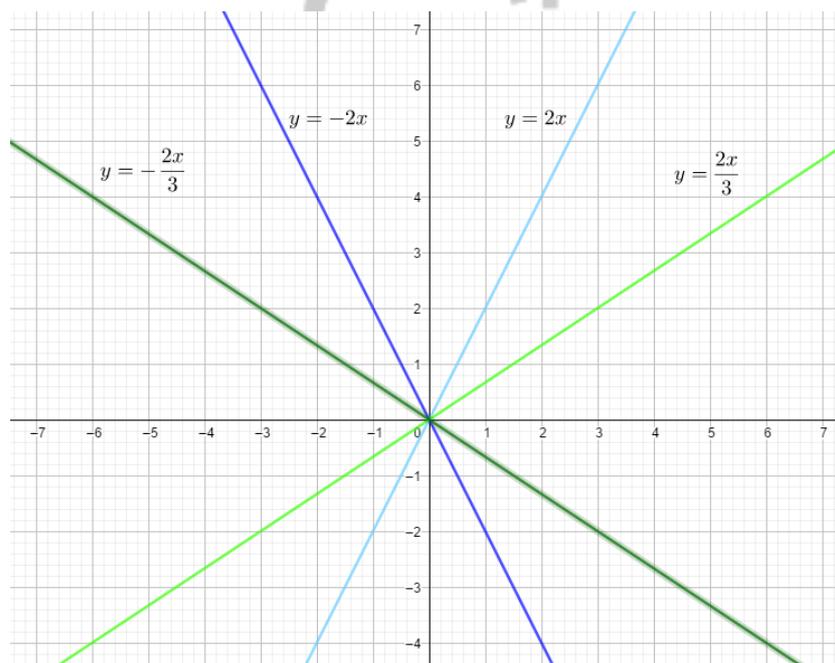
a) $f(x) = 2x$

b) $f(x) = -2x$

c) $f(x) = \frac{2x}{3}$

d) $f(x) = -\frac{x}{3}$

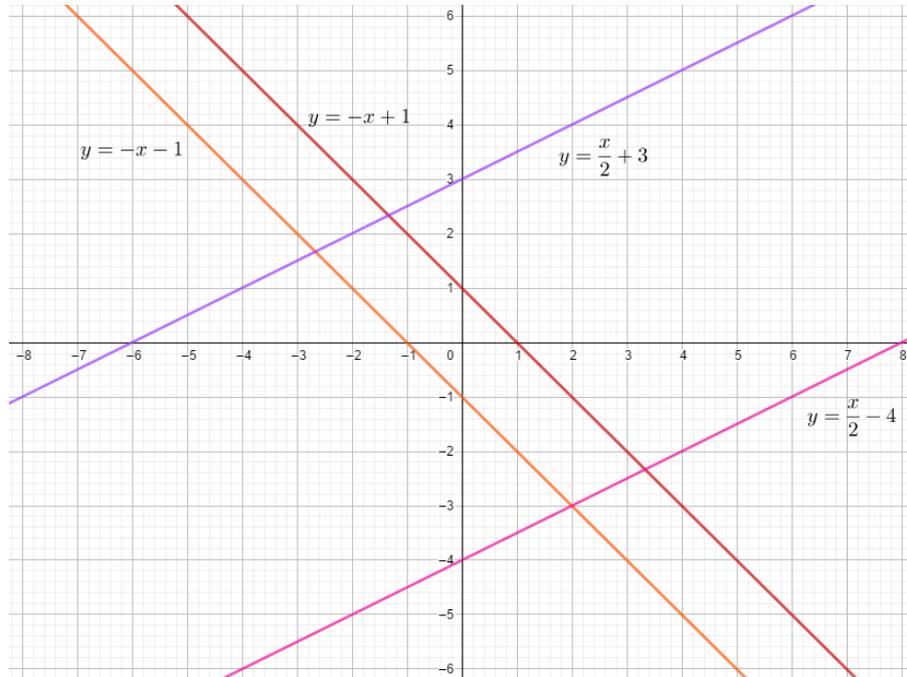
Solución:



6. Representa las siguientes funciones afines en un mismo eje cartesiano:

a) $f(x) = -x + 1$ **b)** $f(x) = -x - 1$ **c)** $f(x) = \frac{x}{2} + 3$ **d)** $f(x) = \frac{x}{2} - 4$

Solución:



7. Halla la expresión algebraica de la función lineal que cumple que:

- a) Tiene pendiente 3 y la ordenada en el origen es -1.
- b) Tiene pendiente -4 y pasa por el origen de coordenadas.
- c) Tiene pendiente 2 y pasa por el punto $P(0, 3)$.
- d) Tiene pendiente -1 y pasa por el punto $P(3, -2)$.
- e) La pendiente es nula y corta al eje Y en -7.
- f) La pendiente es nula y pasa por el punto $P(-2, 9)$.
- g) Pasa por los puntos $A(-1, 8)$ y $B(-2, -5)$.
- h) Pasa por los puntos $M(3, -4)$ y $N(0, -3)$.
- i) A cada valor le asocia su mitad más una unidad.

Solución:

a) $f(x) = 3x - 1$ **d)** $f(x) = -x + 1$ **g)** $f(x) = 13x + 21$
b) $f(x) = -4x$ **e)** $f(x) = -7$ **h)** $f(x) = \frac{x}{3} - 3$
c) $f(x) = 2x + 3$ **f)** $f(x) = 9$ **i)** $f(x) = \frac{x}{2} + 1$

8. Representa las siguientes funciones cuadráticas:

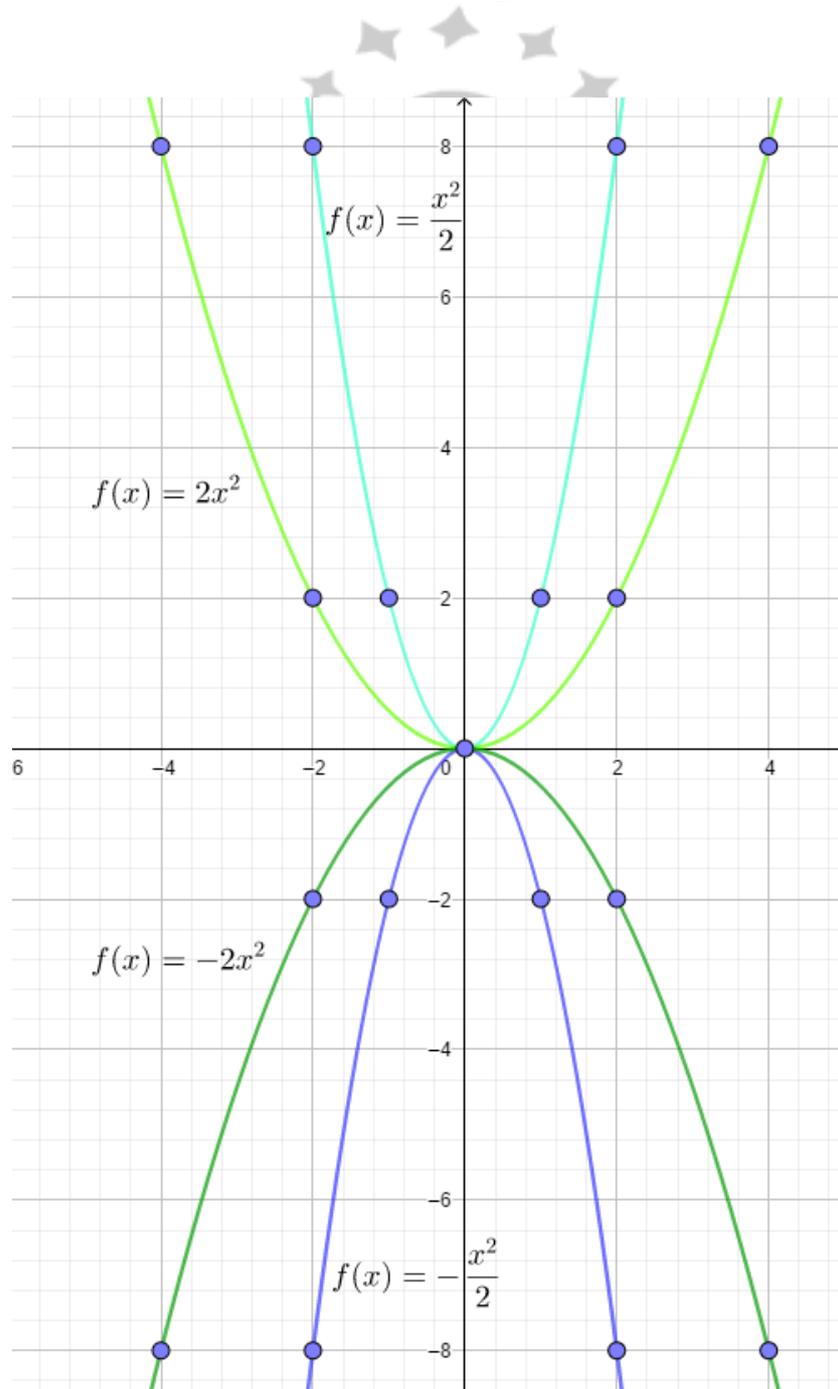
a) $f(x) = 2x^2$

c) $f(x) = \frac{x^2}{2}$

b) $f(x) = -2x^2$

d) $f(x) = -\frac{x^2}{2}$

Solución:



9. Representa las siguientes funciones cuadráticas:

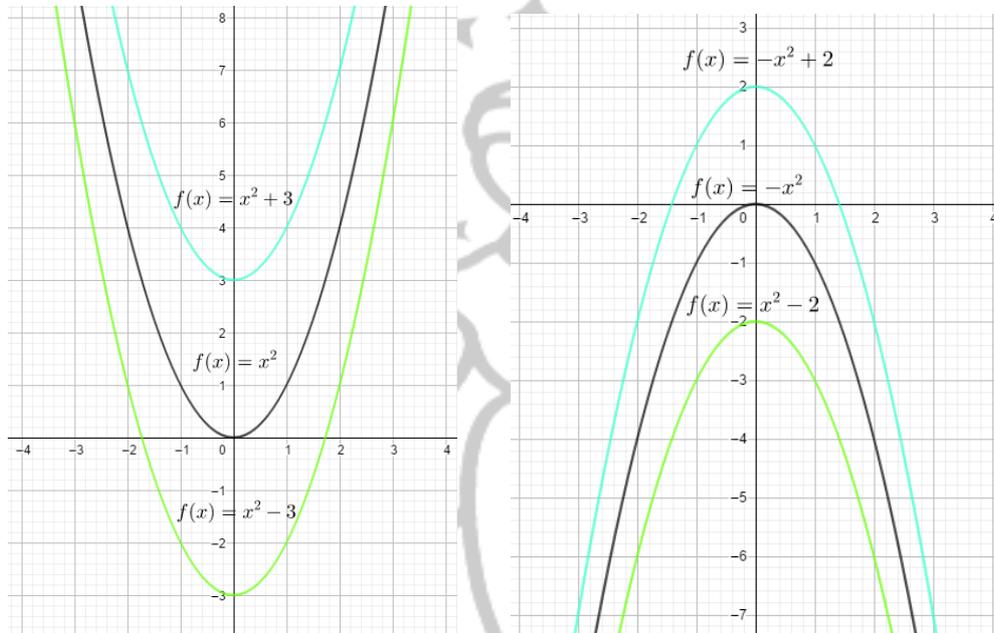
a) $f(x) = x^2 + 3$

c) $f(x) = -x^2 + 2$

b) $f(x) = x^2 - 3$

d) $f(x) = -x^2 - 2$

Solución:



10. Representa las siguientes funciones cuadráticas:

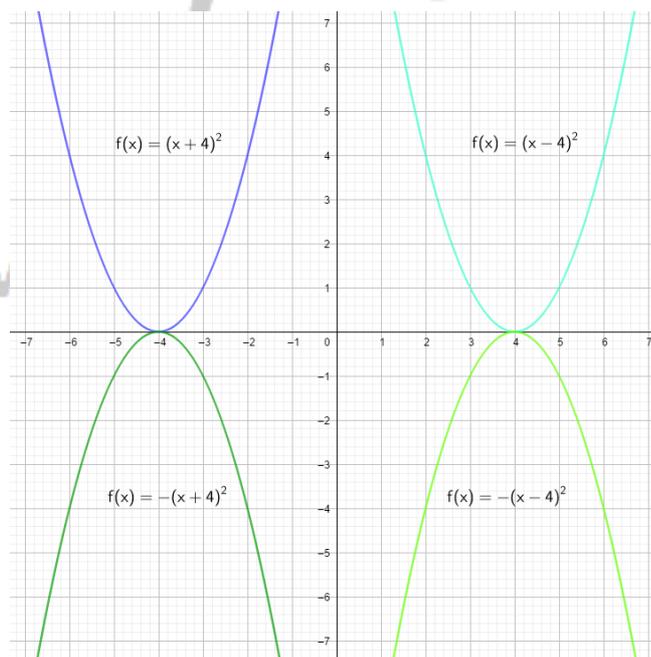
a) $f(x) = (x + 4)^2$

c) $f(x) = -(x + 4)^2$

b) $f(x) = (x - 4)^2$

d) $f(x) = -(x - 4)^2$

Solución:



11. Representa las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = (x+1)^2 + 3$

c) $f(x) = (x-3)^2 + 1$

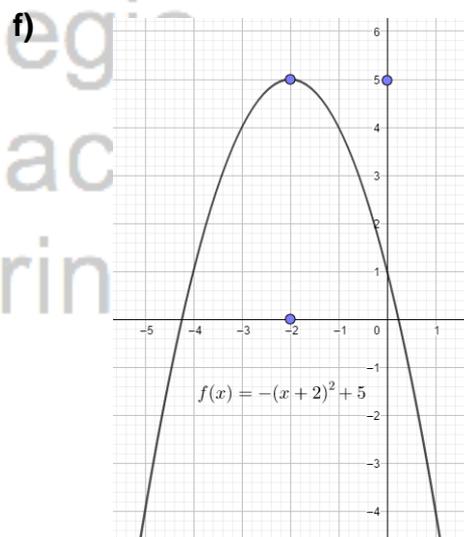
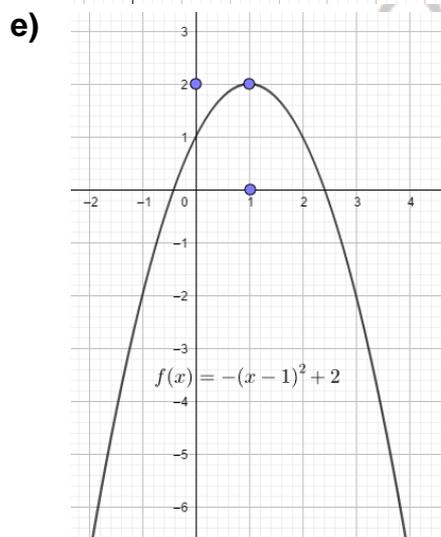
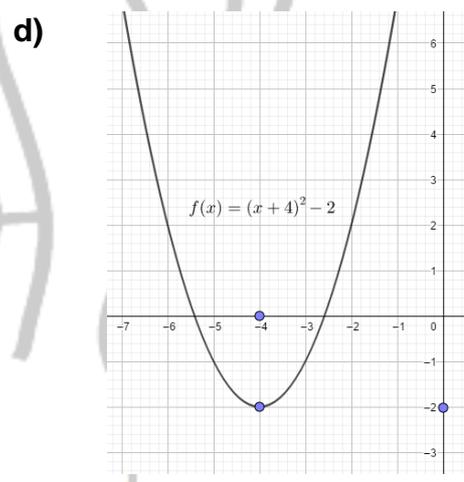
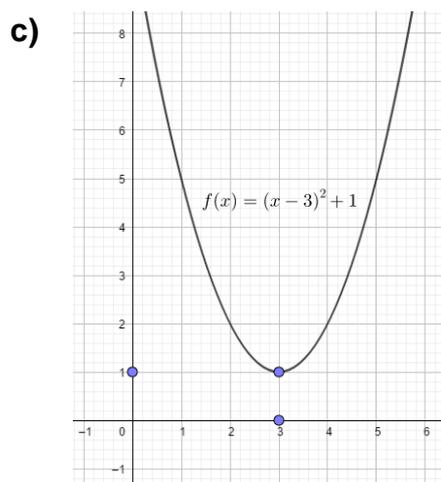
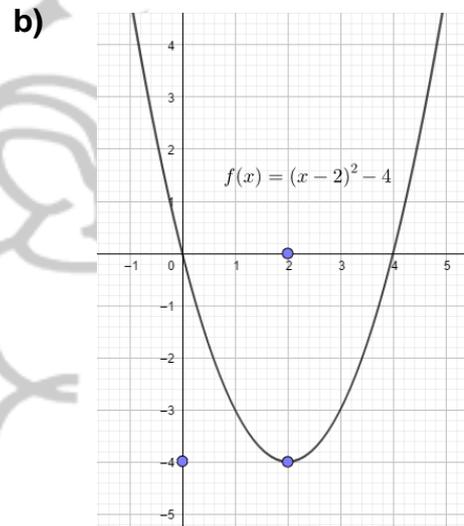
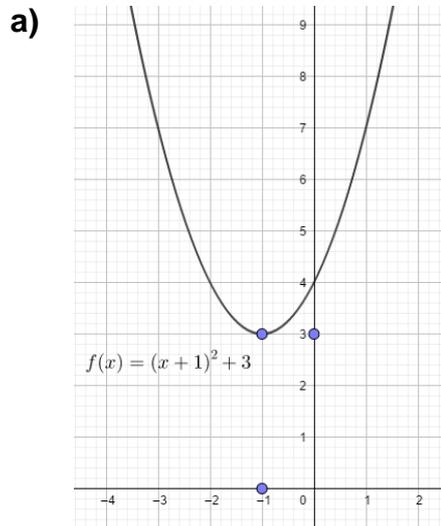
e) $f(x) = -(x-1)^2 + 2$

b) $f(x) = (x-2)^2 - 4$

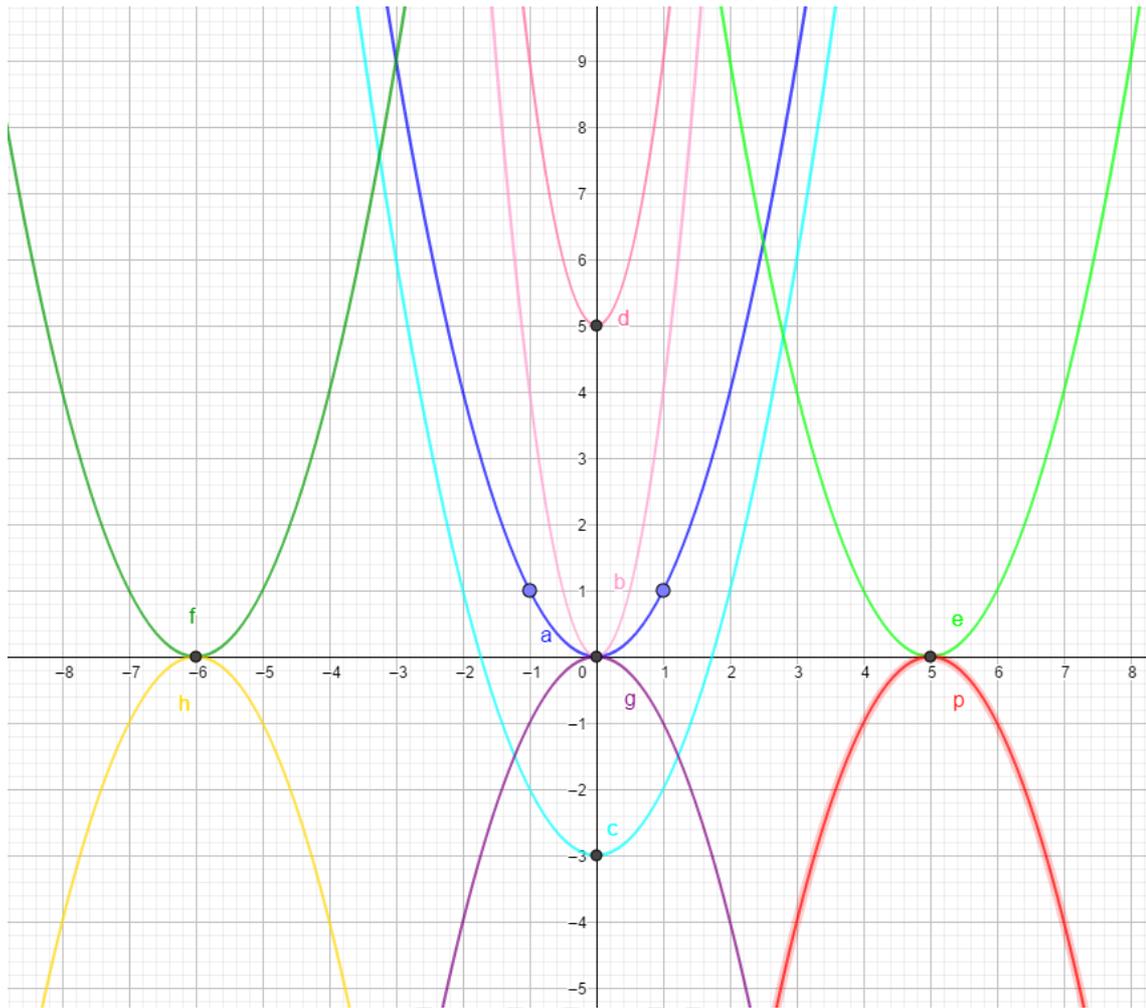
d) $f(x) = (x+4)^2 - 2$

f) $f(x) = -(x+2)^2 + 5$

Solución:



12. Escribe la expresión algebraica de las siguientes funciones cuadráticas:



Solución:

a) $f(x) = x^2$
c) $f(x) = x^2 - 3$
e) $f(x) = (x - 5)^2$
g) $f(x) = -(x - 5)^2$
b) $f(x) = 4x^2$
d) $f(x) = 4x^2 + 3$
f) $f(x) = (x + 6)^2$
h) $f(x) = -(x + 6)^2$

Colegio
 M^a Inmaculada
 Turina

13. Haz un estudio completa (orientación, simetría, vértice y máximo/mínimo) de las siguientes funciones cuadráticas y represéntalas:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

c) $f(x) = x^2 + 2x + 2$

e) $f(x) = -2x^2 + 12x - 18$

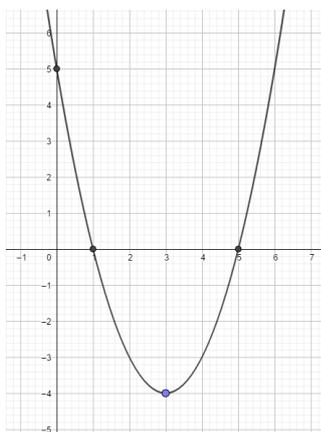
b) $f(x) = -x^2 - 4x - 4$

d) $f(x) = -x^2 + x + 6$

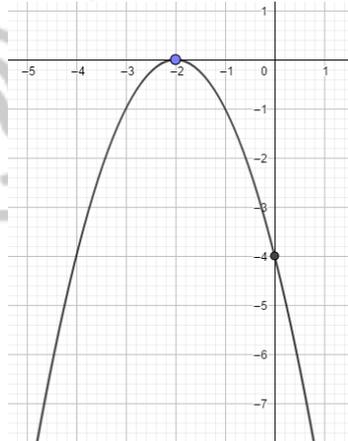
f) $f(x) = -3x^2 - 3x - 3$

Solución:

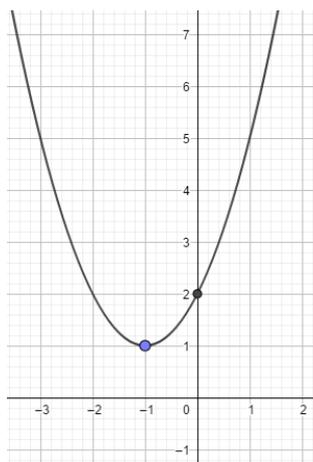
a)



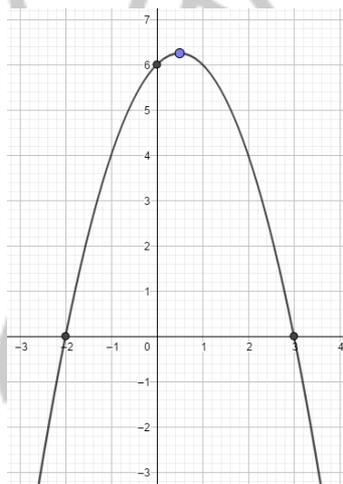
b)



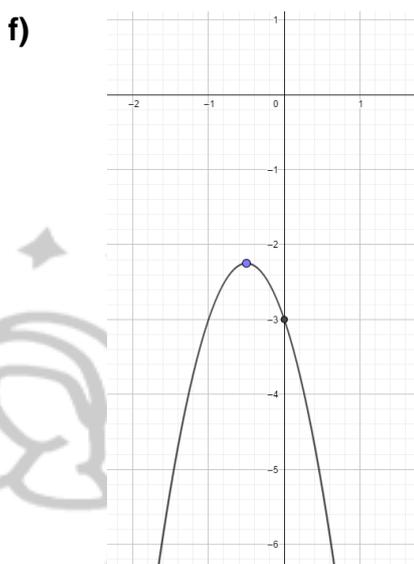
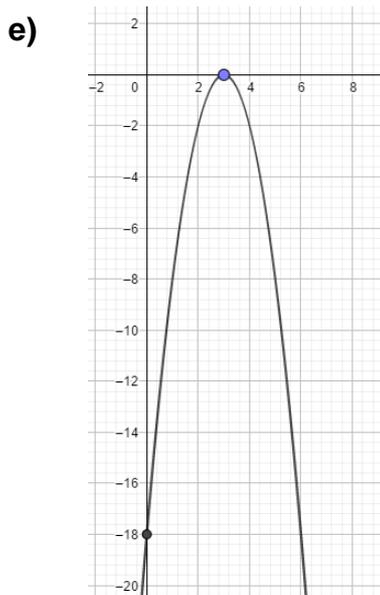
c)



d)



Colegio
M^a Inmaculada
Turina



14. Halla la expresión algebraica de la

función cuadrática que cumple que:

- a) Es de la forma $f(x) = ax^2$ y pasa por el punto $P(3, -18)$.
- b) Su vértice coincide con el origen y pasa por el punto $P(-2, \frac{1}{3})$.
- c) Pasa por el origen, por el $P(-2, 0)$ y su vértice es el $V(-1, -1)$.
- d) Pasa por el origen, por el $P(2, 0)$ y su vértice es el $V(1, 3)$.
- e) Sus puntos de corte con el eje X son $A(-1, 0)$ y $B(3, 0)$ y tiene un máximo en $P(1, 8)$.
- f) Sus puntos de corte con el eje X son $A(-2, 0)$ y $B(2, 0)$ y tiene un mínimo en $P(0, -4)$.

Solución:

a) $f(x) = -2x^2$

c) $f(x) = x^2 + 2x$

e) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

b) $f(x) = \frac{x^2}{12}$

d) $f(x) = -3x^2 + 6x$

f) $f(x) = x^2 - 4$

15. Representa las siguientes funciones racionales de proporcionalidad inversa:

a) $f(x) = \frac{2}{x}$

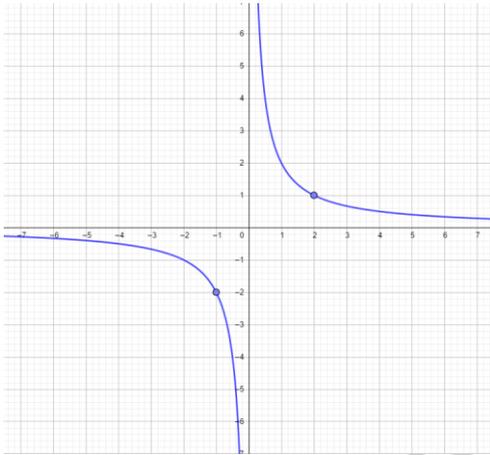
c) $f(x) = \frac{3}{x}$

b) $f(x) = -\frac{2}{x}$

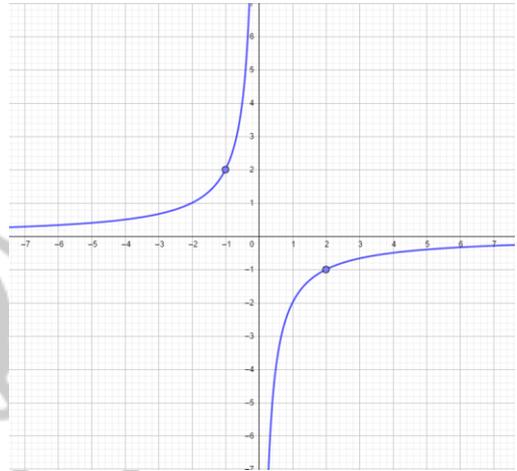
d) $f(x) = \frac{-3}{x}$

Solución:

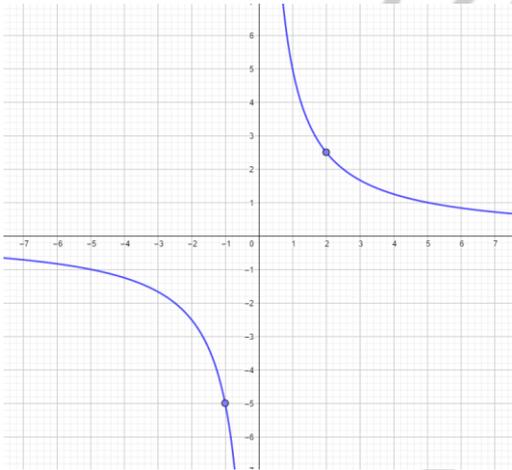
a)



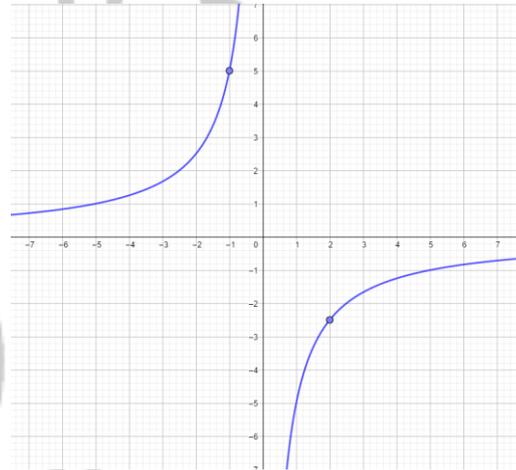
b)



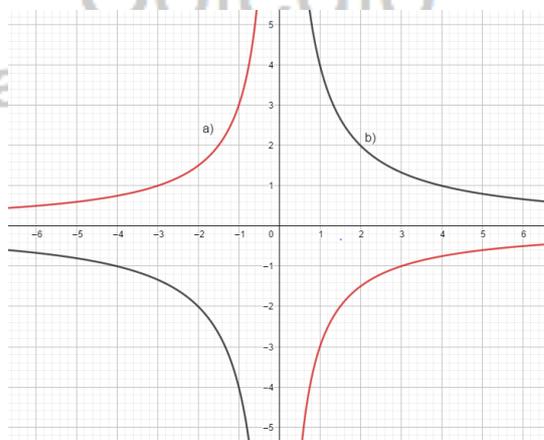
c)



d)



16. Escribe la expresión algebraica de las siguientes funciones racionales de proporcionalidad inversa:



Solución:

a) $f(x) = -\frac{3}{x}$

b) $f(x) = \frac{4}{x}$

17. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones racionales de proporcionalidad inversa:

a) $f(x) = \frac{2}{x-1}$

e) $f(x) = \frac{6}{x-3} + 2$

b) $f(x) = -\frac{2}{x+7}$

f) $f(x) = -\frac{1}{x-5} + 7$

c) $f(x) = \frac{1}{x} + 2$

g) $f(x) = \frac{7}{x+2} - 1$

d) $f(x) = -\frac{3}{x} - 4$

h) $f(x) = -\frac{11}{x+3} - 5$

Solución:

a) **Asíntota vertical: $x = 1$; Asíntota horizontal: $y = 0$.**

b) **Asíntota vertical: $x = -7$; Asíntota horizontal: $y = 0$.**

c) **Asíntota vertical: $x = 0$; Asíntota horizontal: $y = 2$.**

d) **Asíntota vertical: $x = 0$; Asíntota horizontal: $y = -4$.**

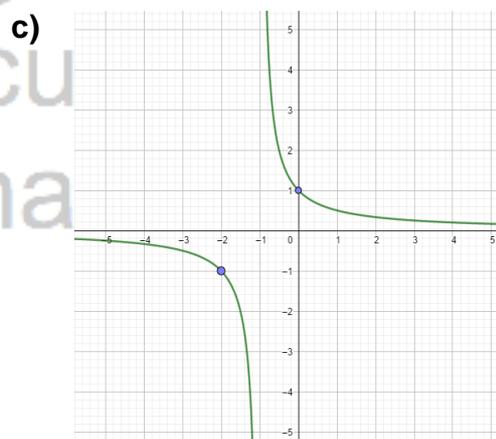
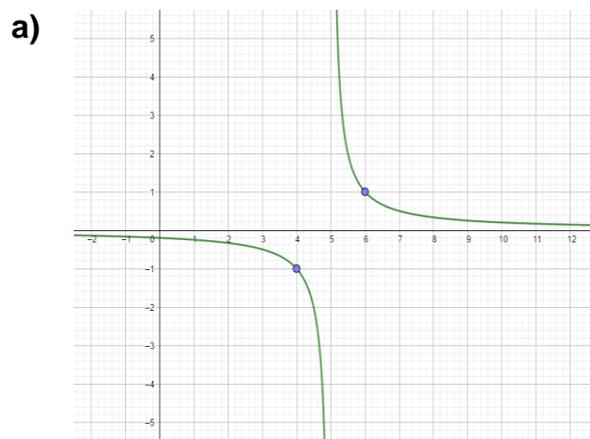
e) **Asíntota vertical: $x = 3$; Asíntota horizontal: $y = 2$.**

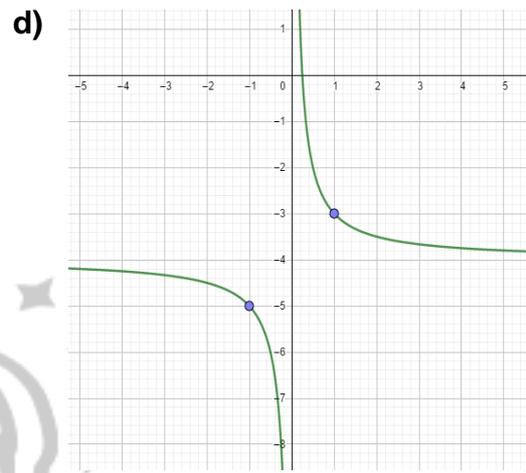
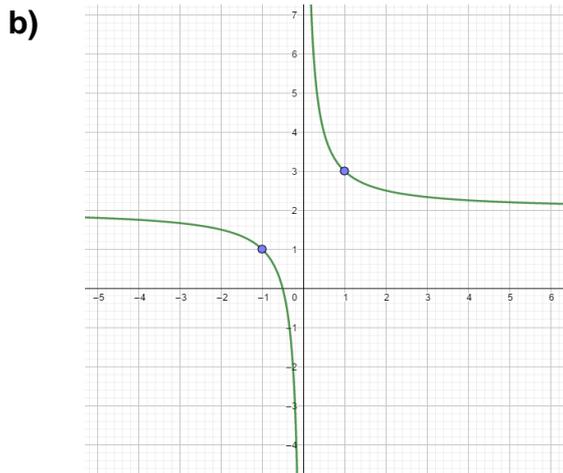
f) **Asíntota vertical: $x = 5$; Asíntota horizontal: $y = 7$.**

g) **Asíntota vertical: $x = -2$; Asíntota horizontal: $y = -1$.**

h) **Asíntota vertical: $x = -3$; Asíntota horizontal: $y = -5$.**

18. Conociendo la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$, determina la expresión algebraica de las siguientes funciones racionales de proporcionalidad inversa:





Solución:

a) $f(x) = \frac{1}{x-5}$; **b)** $f(x) = \frac{1}{x} + 2$; **c)** $f(x) = -\frac{1}{x+1}$; **d)** $f(x) = -\frac{1}{x} - 4$

19. Conociendo la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$, determina la gráfica de las siguientes funciones racionales de proporcionalidad inversa:

a) $f(x) = \frac{1}{x-3}$

e) $f(x) = \frac{1}{x+1} - 2$

b) $f(x) = -\frac{1}{x+1}$

f) $f(x) = -\frac{1}{x-2} + 3$

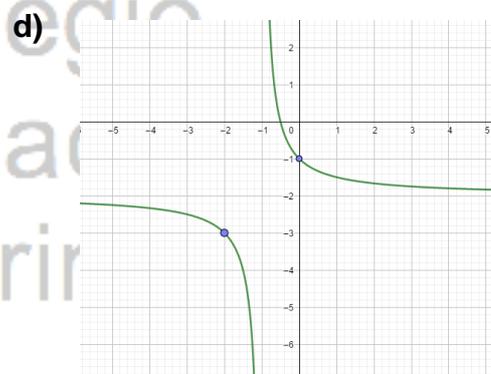
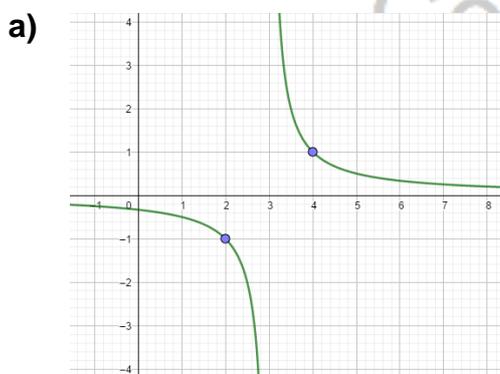
c) $f(x) = \frac{1}{x} - 2$

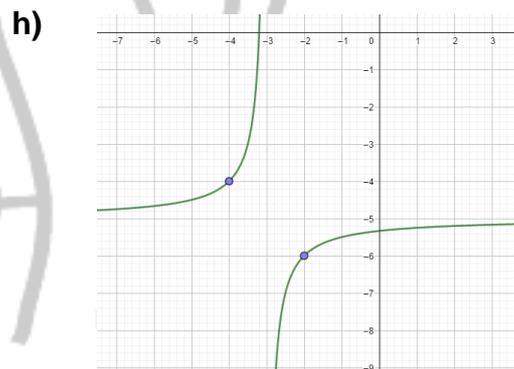
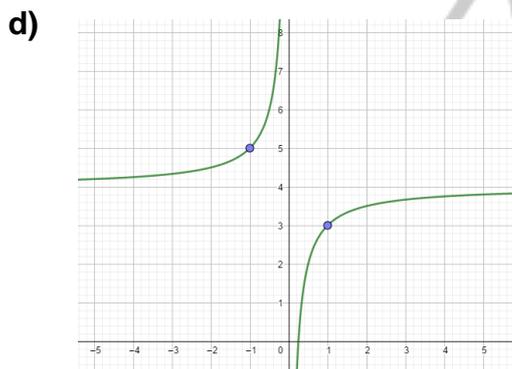
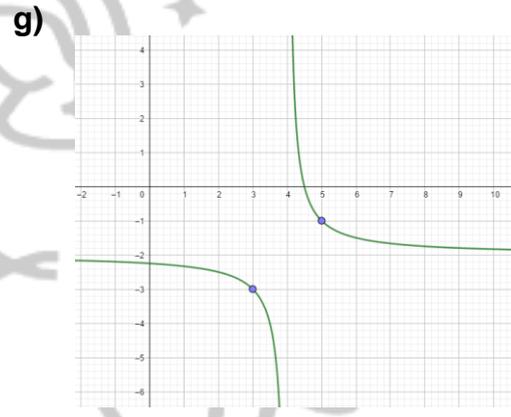
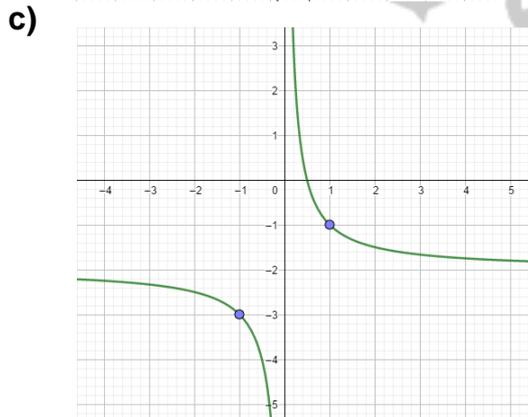
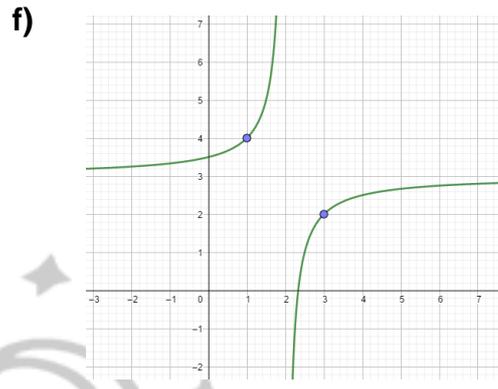
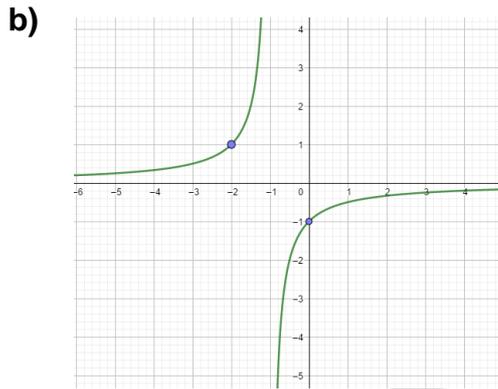
h) $f(x) = \frac{1}{x-4} - 2$

d) $f(x) = -\frac{1}{x} + 4$

h) $f(x) = -\frac{1}{x+3} - 5$

Solución:





20. La siguiente tabla corresponde con una función racional de proporcionalidad inversa:

x	1	2	3	4	5
y		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{6}$	

- Completa la tabla.
- Calcula su expresión algebraica.
- ¿Cuáles son sus asíntotas?
- Representa su gráfica.

Solución:

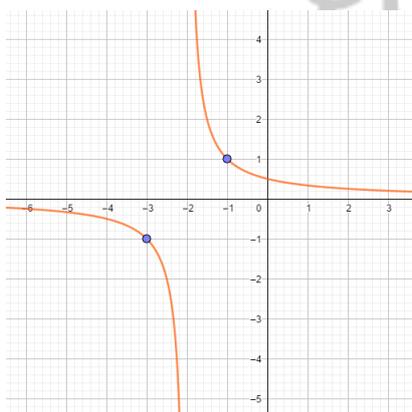
a)

x	1	2	3	4	5
y	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$

b) $f(x) = \frac{1}{x+2}$

c) **Asíntota vertical: $x = -2$; Asíntota horizontal: $y = 0$.**

d) **Gráfica:**



21. Representa las siguientes funciones a trozos:

a) $f(x) = \begin{cases} -3 & x \leq -2 \\ x+1 & -2 < x < 1 \\ 5 & x > 1 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 3 & x < 0 \\ -x & 0 \leq x < 2 \\ 5 & x \geq 2 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 5 & 1 < x < 5 \\ -2 & x > 5 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq -1 \\ -2 & -1 < x \leq 1 \\ 4 & x > 1 \end{cases}$

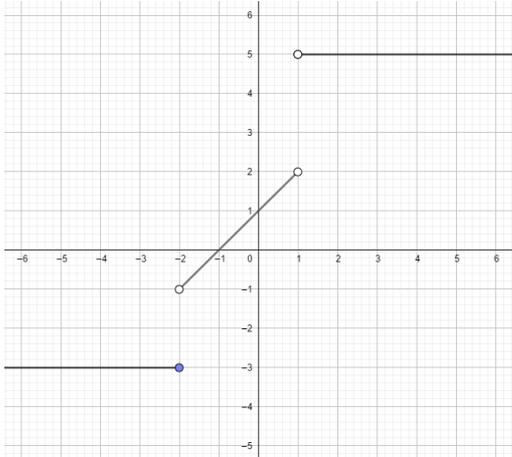
g) $f(x) = \begin{cases} -3 & x \leq -1 \\ x^2 - 4 & -1 < x \leq 3 \\ \frac{1}{x-3} & x > 3 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 3x+11 & x < -4 \\ x+3 & -4 \leq x \leq 0 \\ -1 & x > 0 \end{cases}$

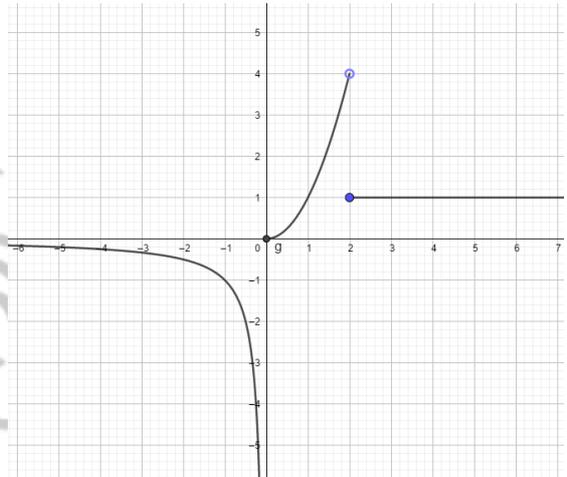
h) $f(x) = \begin{cases} x+4 & x \leq -1 \\ -\frac{1}{x} + 2 & -1 < x < 1 \\ (x-1)^2 + 1 & x > 1 \end{cases}$

Solución:

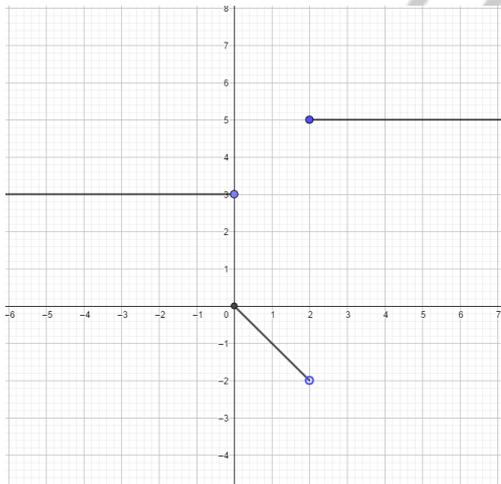
a)



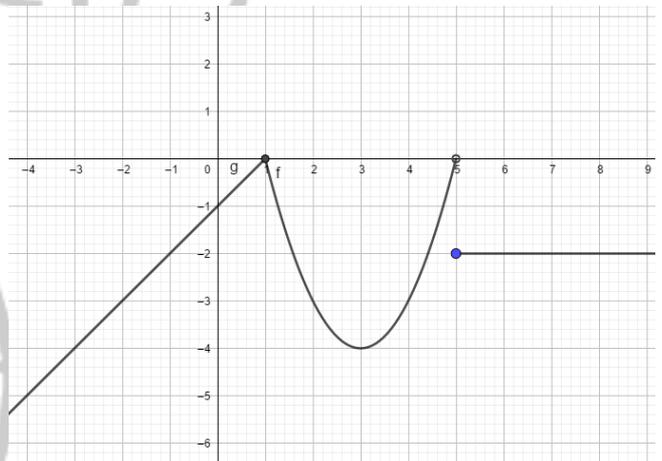
e)



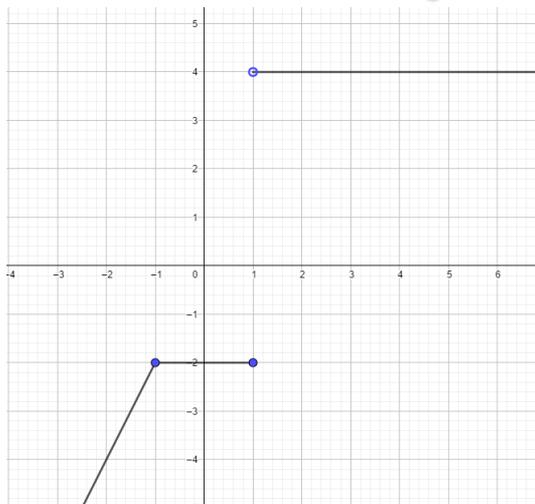
b)



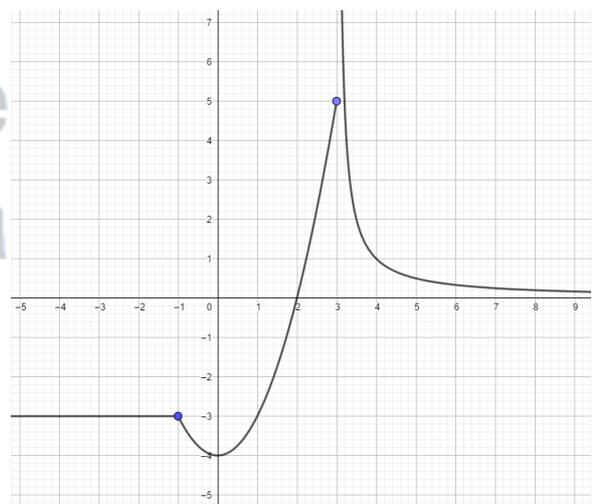
f)



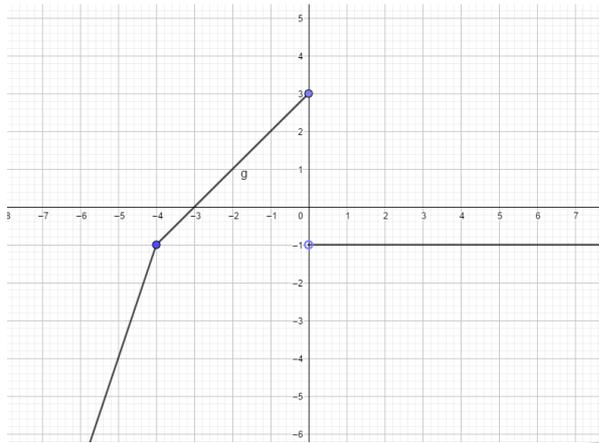
c)



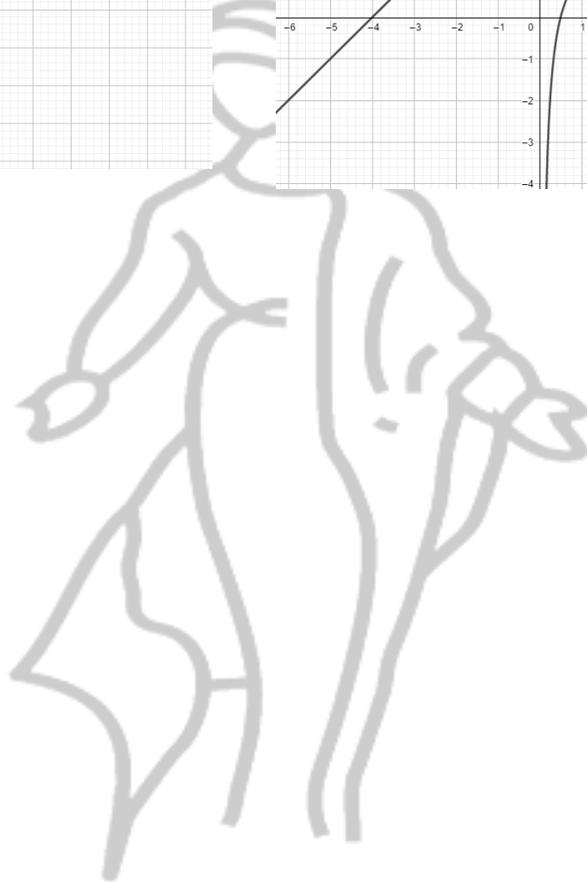
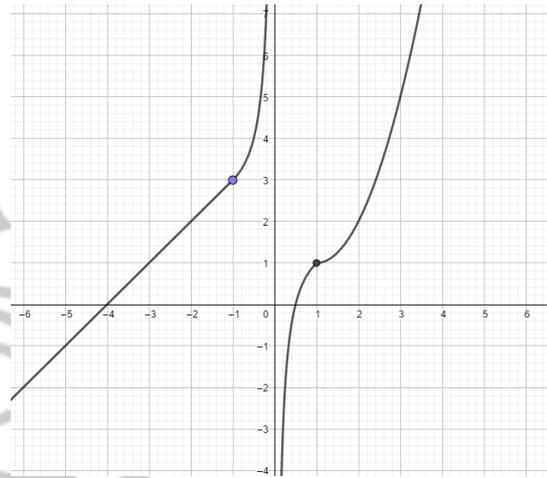
g)



d)



h)



Colegio
M^a Inmaculada
Turina