

TEMA 2 – Potencias y raíces

Hoja de ejercicios y problemas

1. Reduce a una sola potencia de exponente positivo:

a) $3^{-2} \cdot (-5)^{-2} =$

e) $5^{-2} \cdot 3^{-2} : (15^3)^{-1} =$

b) $2^{-3} \cdot 7^{-3} =$

f) $2 \cdot (6^{-4} : 3^{-4}) \cdot [(2)^{-3}]^2 =$

c) $27^{-2} : 9^{-2} =$

g) $125 \cdot (-5)^3 : (-25)^4 =$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot 3^{-4} =$

h) $(8^2)^{-10} \cdot (-16^2)^3 =$

Solución: a) $\left(-\frac{1}{15}\right)^2 = \left(\frac{1}{15}\right)^2 = \frac{1}{15^2}$; b) $\frac{1}{14^3} = \left(\frac{1}{14}\right)^3$; c) $\frac{1}{3^2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$; d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4}$;

e) $15^1=15$; f) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{2^9}$; g) $-\frac{1}{5^2} = -\left(\frac{1}{5}\right)^2$; h) $-\frac{1}{2^{36}} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{36}$.

2. Opera y expresa como una potencia de exponente positivo:

a) $\frac{2^{-2} \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 2^5}{2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^{-3}} =$

d) $\frac{2^{-2} \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 2^6}{2^3 \cdot 2^{-5} \cdot 2^{-3}} =$

b) $\frac{(-3)^2 \cdot (-3)^{-1} \cdot (-3)^{-4}}{-3 \cdot (-3)^{-2} \cdot (-3)^{-3} \cdot (-3)} =$

e) $\left(\frac{a^2 \cdot a^{-3}}{a^{-2} \cdot a^3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^2 \cdot a^3}{a \cdot a^2}\right)^2 =$

c) $\frac{x^{-2} \cdot x^{14}}{x^{-5} \cdot x^8} : x^{-10} =$

Solución: a) 2^4 ; b) $(-3)^0=1$; c) x^{19} ; d) $\frac{1}{2^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$; e) a^6 .

3. Realiza las siguientes operaciones, expresando el resultado como potencias de factores primos y exponentes positivos:

a) $\frac{27 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 9^{-3}}{81^{-2} \cdot (-3)^2} =$

c) $\frac{6^2 \cdot 12^2 \cdot 27^{-2} \cdot 16^{-3}}{4^{-1} \cdot 3^5 \cdot 12^{-1} \cdot 6^3} \cdot \frac{3^5 \cdot 12^{-4} \cdot 8^3}{4^3 \cdot 24^{-1} \cdot 8^2} =$

b) $\frac{25^2 \cdot 8^2 \cdot 5^{-3}}{125 \cdot 16^2 \cdot 2^{-3}} =$

d) $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3} =$

Solución: a) 3^2 ; b) $\frac{2}{5^2}$; c) $\frac{1}{2^{13} \cdot 3^7}$; d) $3^5 \cdot 2^2$.

4. Reduce a índice común y ordena los siguientes radicales de menor a mayor:

$$\sqrt{2^3}, \sqrt[4]{2^5}, \sqrt[3]{2^7}$$

Solución: $\sqrt[12]{2^{18}}, \sqrt[12]{2^{15}}, \sqrt[12]{2^{28}}$ y por tanto $\sqrt[4]{2^5} < \sqrt{2^3} < \sqrt[3]{2^7}$.

5. Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{72} =$

b) $\sqrt[4]{2^4 \cdot 25^2} =$

c) $\sqrt[3]{1280} =$

d) $\sqrt[5]{x^{23}y^{16}z^4} =$

e) $\sqrt[3]{16a^4b^2c^3} =$

f) $\sqrt[4]{\frac{81a^5b^2}{c^7d^8}} =$

g) $\sqrt[3]{\frac{8x^7y^3}{z^2p}} =$

h) $\sqrt[5]{\frac{25p^4q^2}{n^7m}} =$

Solución: a) $6\sqrt{2}$; b) 10; c) $4\sqrt[3]{20}$; d) $x^4y^3\sqrt[5]{x^3yz^4}$; e) $2ac\sqrt[3]{2ab^2}$; f) $\frac{3a}{cd^2}\sqrt[4]{\frac{ab^2}{c^3}}$;

g) $2x^2\sqrt[3]{\frac{x^2y}{z^2p}}$; h) $\frac{1}{n}\sqrt[5]{\frac{25p^4q^2}{n^2m}}$

6. Introduce factores dentro del radical:

a) $25^3\sqrt{5^2} =$

b) $\frac{1}{16}\sqrt[4]{2^3} =$

c) $a^2bc^3\sqrt[3]{ac^2} =$

d) $x^5y^3\sqrt[3]{\frac{y^2}{x}} =$

e) $\frac{3a^2}{2b}\sqrt[4]{\frac{a^5}{2b}} =$

f) $\frac{5x^3}{3y^4}\sqrt[3]{\frac{y}{x^4}} =$

Solución: a) $\sqrt[3]{5^8}$; b) $\sqrt[4]{2^{-13}}$; c) $\sqrt[3]{a^7b^3c^{11}}$; d) $\sqrt[3]{y^5x^{14}}$; e) $\sqrt[4]{\frac{81a^{13}}{32b^5}}$; f) $\sqrt[4]{\frac{25x^2}{9y^7}}$.

7. Racionaliza y simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{\sqrt{3}} =$

b) $\frac{8}{\sqrt[5]{2^2}} =$

c) $\frac{15}{\sqrt[7]{3}} =$

d) $\frac{5}{\sqrt[3]{7}} =$

e) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} =$

f) $\frac{2}{3+\sqrt{3}} =$

g) $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} =$

h) $\frac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} =$

i) $\frac{4}{2+\sqrt{1}} =$

Solución: a) $\sqrt{3}$; b) $4\sqrt[5]{2^3}$; c) $5\sqrt[7]{3^6}$; d) $\frac{5}{7}\sqrt[3]{7^2}$; e) $\sqrt{5}-1$; f) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$;

g) $-2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$; h) $3(\sqrt{7}-\sqrt{5})$; i) $\frac{4}{3}(2-\sqrt{1})$.

8. Realiza estas sumas y restas, dejando el resultado de la forma más simplificada posible:

a) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 6\sqrt{7} =$

b) $\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{98} =$

c) $2\sqrt{24} - 5\sqrt{54} + 12\sqrt{600} =$

d) $\sqrt[3]{250} - 3\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{54} =$

e) $\sqrt{\frac{8}{9}} - 3\sqrt{\frac{2}{9}} - 2\sqrt{\frac{2}{16}} + \sqrt{32} =$

f) $3\sqrt{a} - \sqrt{4b} + 3\sqrt{4a} + 3\sqrt{b} =$

g) $7\sqrt{\sqrt{3}} - \sqrt[4]{243} =$

Solución: a) $7\sqrt{7}$; b) $8\sqrt{2}$; c) $109\sqrt{6}$; d) $13\sqrt[3]{2}$; e) $\frac{19}{6}\sqrt{2}$; f) $9\sqrt{a} + \sqrt{b}$;

g) $-2\sqrt[4]{3}$.

9. Desarrolla las siguientes identidades notables:

a) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 =$

b) $(\sqrt{7} + 2)^2 =$

c) $(\sqrt{1} - \sqrt{6})^2 =$

d) $(\sqrt{10} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{3}) =$

e) $(2 + \sqrt{11}) \cdot (2 - \sqrt{11}) =$

f) $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$

g) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 =$

Solución: a) $8 + 2\sqrt{15}$; b) $11 + 4\sqrt{7}$; c) $7 - 2\sqrt{6}$; d) 7 ; e) -7 ; f) $x-y$;

g) $a^2 + b^2 - 2\sqrt{ab}$.

10. Realiza las siguientes operaciones con radicales, extrayendo factores en el resultado siempre que sea posible:

a) $\sqrt[3]{a^2b^2} \cdot \sqrt[3]{a^4bc^4} =$

b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{4} =$

c) $\sqrt[4]{96} : \sqrt[4]{2} =$

d) $\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt[4]{a^3b^2} =$

e) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt[3]{3}} =$

f) $\frac{\sqrt[3]{162}}{\sqrt[3]{3}} =$

g) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 =$

h) $(\sqrt[3]{2})^4 \cdot \sqrt{\sqrt{32}} =$

i) $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^5} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}} =$

j) $\sqrt{2\sqrt{3}} =$

k) $\frac{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[4]{18}}{\sqrt{6}} =$

l) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^5}} \cdot \sqrt[6]{2^5} =$

m) $(\sqrt[5]{\sqrt[4]{7}})^2 =$

n) $(1 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5} + 2) =$

o) $(3 - \sqrt{7}) \cdot (7 + \sqrt{7}) =$

Solución: a) $a^2bc\sqrt[3]{c}$; b) $\sqrt[6]{2^5 \cdot 3^2}$; c) $2\sqrt[4]{3}$; d) $ab\sqrt[12]{ab^2}$; e) $3\sqrt[6]{3}$; f) $3\sqrt[3]{2}$; g) $\frac{9}{16}$;
h) $2^2\sqrt[12]{2^7}$; i) $\sqrt[4]{a^3}$; j) $\sqrt[4]{12}$; k) $6\sqrt[3]{12}$; l) $2\sqrt[4]{2}$; m) $\sqrt[10]{7}$; n) $7 + 3\sqrt{5}$;
o) $14 - 4\sqrt{7}$.



Colegio
M^a Inmaculada
Turina